제3장. 소를 보다: 상대성이론 - 내용정리 4 (전반부)

바탕 구도 요소의 재서술, 그리고 일반상대성이론

녹색아카데미에서 책『**장회익의 자연철학 강의**』의 이해를 도울 대담 영상을 준비하였습니다. 장회익 선생님과 '자연철학'에 대해 이야기를 나누는 이 영상은 2020년 경희대학교 교양강좌 [철학자를 위한 물리학] 수강생들의 공부를 돕고자 제작되었습니다. 또한 이 동영상이 장회익선생님의 책에 관심을 가진 분들 누구에게나 좋은 참고자료가 되리라 기대합니다. 더 자세한 내용은 책과 녹색아카데미 웹사이트를 참고해주세요.

2021년 3월 16일. 녹색아카데미

"장회익의 자연철학 이야기" 4-5편[1]은 상대성이론의 내용정리 부분 중에서 시공간 4차원 바탕 관념에 따라 바탕 구도의 요소인 물리량과 힘, 변화의 원리 등이 어떻게 재서술되는지 살펴보고, 일반상대성이론에 대해서도 이야기를 나눕니다. 이 편에서 다룬 질문과 견해들은 아래와 같은 것들입니다.

1. 상태, 변화의 원리, 특성의 재서술

1.1. 4차원 위치(시공), 속도, 운동량?

1. 2. 운동량의 네 번째 성분은 에너지?

1. 3. 4차원 변화의 원리?

1. 4. 상대론적 질량?

1. 5. E=mc2 가 의미하는 것?

1. 6. 바탕 관념을 혁신하고 그에 따라 바탕 구도 요소들을 재정비하니 모르던 것을 알게 되었다?

1. 7. E=mc2는 정의인가, 결과인가?

1. 8. 아인슈타인은 4차원인지 모르고도 4차원의 네 번째 성분들을 알아냈나?

2. 일반상대성이론 (후반부는 다음 주 3/23에 업로드 됩니다.)

2. 1. 중력의 넷째 성분 찾을 수 없어 중력은 힘이 아닌 시공간의 효과라고 발상을 바꾼 것이 일반상대성이론?

2. 2. 가속운동하는 대상계까지 포괄하는 더 일반적인 시공간 이론과 중력 재서술은 어떤 관계?

2. 3. 일반상대성이론은 어떻게 뉴턴의 중력이론을 대체하게 되었나?

2. 4. 상대성이론은 의식적인 바탕 관념 혁명의 사례?

2. 5. 상대성이론, '소를 보다'?

2. 6. 이론이 발전할수록 보편 상호작용의 수는 줄어 가나?

바로가기 링크

자연철학 세미나 게시판
유튜브 대담영상 녹취록 목록
녹취록 전체 목록 : 대담영상 & 세미나
녹색아카데미 유튜브 채널
자연철학세미나 녹취록 목록

[1] ※대담 참석 : 장회익선생님, 최우석, 황승미. ※대담 녹화 : 2020년 4월. ※녹취록 작성 : 2021년 3월 16일.
※명조체, 구분점(·) 부분 : 장회익선생님 말씀, 〈최〉 : 최우석 질문, 〈황〉 : 황승미 질문, ( ) 안은 녹취자가 넣은 내용.

제 3 장. 소를 보다: 상대성이론 - 내용정리 4 (전반부)

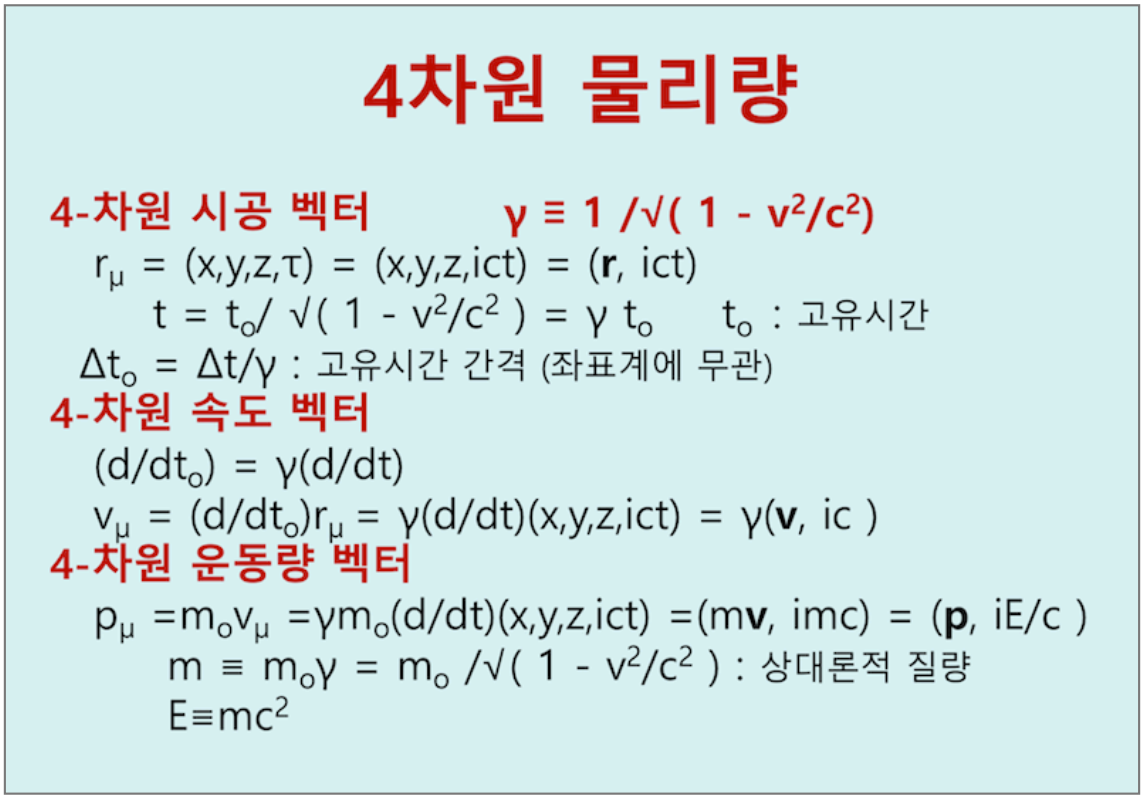
바탕 구도 요소의 재서술, 그리고 일반상대성이론

1. 상태, 변화의 원리, 특성의 재서술

1.1. 4차원 위치(시공), 속도, 운동량?

<최> 지금까지는 바탕 관념에서 시간, 공간 4차원이 됐을 때 기존의 사리에 안 맞는 방식으로 서술되었다면, 이제는 바탕 관념이 바탕 구도에 어떤 재조정을 했는지 물리량을 재서술하고 변화의 원리를 재서술해서 새롭게 나타낼 수 있다고 하셨다. 그 내용을 잠깐 구경만 해보면 좋겠다.

첫 번째로 바탕 관념을 3+1차원에서 4차원으로 바꾸었기 때문에, 물리량도 공간 3차원과 시간 1차원으로 돼있던 것을 다 4차원 벡터로 다시 쓰여져야 한다.



[슬라이드 22] 4차원 물리량

- (슬라이드 22, 수식 1[2]) r_μ는 위치와 시간을 나타내는 4차원 시공간 벡터다. 이렇게 됐을 때 4차원 속도를 얻으려면 r_μ를 그냥 시간 t로 미분하는 게 아니라 고유시간 t_0(수식 2)로 미분을 해야한다. 그래야 4차원 속도 벡터 v_μ가 된다.

$$r_\mu = (x, y, z, \tau) = (x, y, z, ict) \equiv (\vec{r}, ict)$$

[수식 1]

$$t_0 = \frac{t}{\gamma} \qquad t = \gamma t_0 \qquad (\gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}})$$

[수식 2]

$$v_\mu = \frac{d}{dt_0} r_\mu = \gamma \frac{d}{dt}(x, y, z, ict) \equiv \gamma(\vec{v}, ic) \quad (\frac{d}{dt_0} = \gamma \frac{d}{dt})$$

[수식 3]

- (슬라이드 22, 수식 3)그런데 우리가 실제로 보는 건 $\frac{d}{dt_0} r_\mu$가 아니다. 우리는 여전히 $\frac{d}{dt}(x, y, z, ict)$을 보고 있다. 그 앞에 γ가 붙어있다.

- (슬라이드 22, 수식 3) 네 번째 항 ict는 t로 미분되면 같은 t끼리 상쇄가 돼서 ic만 남는다. 그래서 4차원 속도 v_μ의 네 번째 항은 ic가 되고, 이것은 상수이다. $\vec{v}$는 3차원일 때의 속도 그대로고, 4차원에서 네 번째 속도 성분은 ic가 되고, 여기에 γ가 붙은 것이 4차원 속도이다.

[2] [수식]은 슬라이드의 내용과 동일합니다. 조금 더 보기 쉽게 다시 쓴 것입니다.

$$p_\mu = m_0 v_\mu = \gamma m_0 \frac{d}{dt}(x, y, z, ict) \equiv (m\vec{v}, imc) = (\vec{p}, \frac{iE}{c})$$

$$m \equiv \gamma m_0 \quad (\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}) \qquad E \equiv mc^2$$

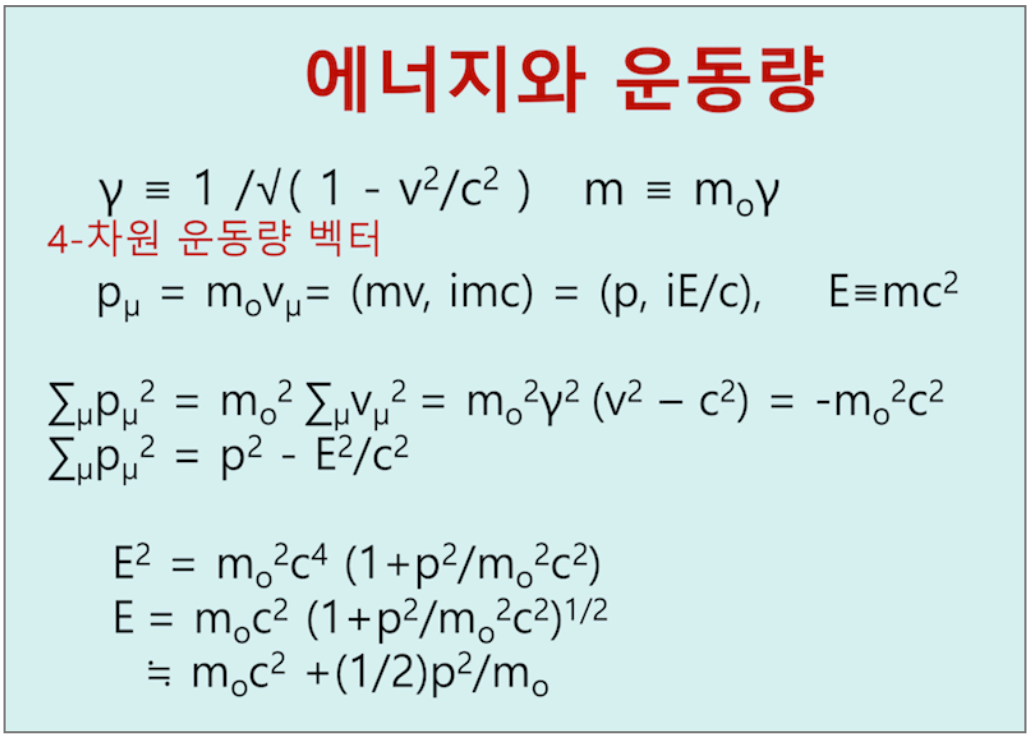
[수식 4]

- (슬라이드 22, 수식 4) 운동량 P_μ은 4차원 속도에 다시 고유질량 m_0를 곱한 것이다. 그런데 이번에는 γ가 m_0에 곱해진다. γ의 값은 정의(수식 2)의 의해서 속도와 관련이 있으니까, 속도에 따라서 상수 γm_0값이 달라진다. 상수 γm_0를 상대론적 질량이라고 하고 m으로 놓는다.
- 그래서 [수식 4] 첫 줄에서 γm_0 대신 m을 집어넣으면 $(m\vec{v}, imc)$가 된다. 우리가 알고 있던 운동량인데 질량이 달라졌다. 질량이 m_0가 아니라 γ가 곱해진 상대론적 질량 m이다. 이렇게 되면 4차원의 운동량이 된다.

1. 2. 운동량의 네 번째 성분은 에너지?

- (슬라이드 22, 수식 3, 수식 4) 운동량 P_μ의 네 번째 항 imc는 앞에서 본 4차원 속도 v_μ의 네 번째 항에 m만 하나 곱해진 것이다. 이것을 우리가 $\frac{iE}{c}$로 놔버린다. 이렇게 놓는다는 것의 의미는 $E \equiv mc^2$으로 정의한다는 것이다. (≡은 정의한다는 뜻) 이렇게 놓으면, 운동량의 네 번째 항인 $\frac{iE}{c}$을 우리가 알고 있는 에너지로 정의할 수 있다.
- 아직 여기까지는 아직 정의다. 나중에 계산을 해보면, 뉴턴의 운동방정식으로 네 번째 항을 만들어 계산해보면 mc^2이 우리가 알고 있는 에너지, 즉 우리가 과거에 고전역학에서 알고 있던 에너지와 같은 것이 된다. E를 mc^2으로 정의했을 뿐이다. 일을 해주는 양을 에너지라고 했는데, mc^2이 바로 '일을 해주는 양'이라는 것을 확인할 수 있다.

- (슬라이드 22, 수식 4) 그래서 운동량의 네 번째 항을 $\frac{iE}{c}$으로 정의하면 결국 이 E는 에너지가 된다. 여기서는 그냥 형식상 E를 놓은 것이다. 이걸 가지고 다시 살펴보니까 E가 바로 에너지더라는 것이다. 앞의 세 성분 $m\vec{v}$은 기존의 운동량이고, 4차원 운동량은 질량만 조금 달라졌다, 그리고 네 번째 것은 에너지더라는 것이다. 그래서 에너지가 제 위치를 찾았다, 즉 운동량의 네 번째 항이다,하는 것이다.
- (슬라이드 23) 그래서 중요한 식이 하나 나온다. p_μ에서 μ에는 1, 2, 3, 4가 들어간다. $\sum_\mu p_\mu{}^2$은 p_μ의 μ 자리에 1, 2, 3, 4를 넣고 제곱한 것을 모두 더한 것이다. 합하는 방식에 두 가지가 있다.
- 하나는 속도에 질량을 곱한 것을 집어넣어서 구하면 $-m_0{}^2c^2$이 돼서 상수가 된다. 이렇게 해서 식이 하나 $\sum_\mu p_\mu{}^2=-m_0{}^2c^2$이 나왔다.
- 또 하나는, $\sum_\mu p_\mu{}^2=p^2-\frac{E^2}{c^2}$인데, 여기에서 형식상 p^2은 3차원 벡터이고 $-\frac{E^2}{c^2}$은 운동량의 네 번째 항이다. 여기서 마이너스 $-$는 i를 제곱하면서 나온 것이다.



[슬라이드 23] 에너지와 운동량

- (슬라이드 24) 그래서 $\sum_{\mu} p_{\mu}{}^2$은 $-m_0{}^2c^2$이기도 하고 또 $p^2 - \frac{E^2}{c^2}$이기도 하기 때문에, 이 둘을 같다고 놓고 정리하면 $E^2 = m_0{}^2c^4(1 + \frac{p^2}{m_0{}^2c^2})$이 된다. 이 식이 아주 중요하게 쓰이게 되는 식이다. 그리고 이 식을 근사하면 $E \approx m_0c^2 + \frac{1}{2}\frac{p^2}{m_0}$이 된다(책 p.178, 부록 A.12). 다시 정리를 하면 수식 5처럼 된다.

4-차원 시공 벡터	$r_\mu = (x, y, z, \tau) = (x, y, z, ict) \equiv (\vec{r}, ict)$
4-차원 속도 벡터	$v_\mu = \frac{d}{dt_0} r_\mu = \gamma \frac{d}{dt}(x, y, z, ict) \equiv \gamma(\vec{v}, ic)$
4-차원 운동량 벡터	$p_\mu = m_0 v_\mu = (m\vec{v}, imc) = (\vec{p}, \frac{iE}{c})$

[수식 5]

4차원 물리량 재정리

4-차원 시공 벡터

$r_\mu = (x,y,z,\tau) = (x,y,z,ict) = (r, ict)$

4-차원 속도 벡터

$v_\mu = (d/dt_o)r_\mu = \gamma(d/dt)(x,y,z,ict) = \gamma(v, ic)$

4-차원 운동량 벡터

$p_\mu = m_o v_\mu = (mv, imc) = (p, iE/c)$

$\sum_\mu r_\mu p_\mu = r \cdot p - t \cdot E$

[슬라이드 24] 4차원 물리량 재정리

<최> (슬라이드 24, 수식 6) 4차원 운동량 벡터가 왜 이렇게 되는지 잘 모르겠다.

4-차원 시공 벡터 $r_\mu = (x, y, z, \tau) = (x, y, z, ict) \equiv (\vec{r}, ict)$

4-차원 운동량 벡터 $p_\mu = m_0 v_\mu = (m\vec{v}, imc) = (\vec{p}, \frac{iE}{c})$

$$\sum_\mu r_\mu p_\mu = \vec{r} \cdot \vec{p} - t \cdot E$$

[수식 6]

- r_μ와 p_μ를 스칼라곱 한 것이다. 즉 r_μ와 p_μ의 각각의 성분을 곱해서 더한다. $\vec{r}$과 $\vec{p}$를 곱하고 ict와 $\frac{iE}{c}$를 곱하면 $\sum_\mu r_\mu p_\mu = \vec{r} \cdot \vec{p} - t \cdot E$이 나온다. 이 식이 여기서 직접 쓰이는 것은 아니지만, 이 둘이 합해서 서로 관계를 맺는다. 즉 $\vec{r} \cdot \vec{p}$는 위치·운동량, $t \cdot E$는 시간·에너지가 돼서 서로 관계를 맺는다.

1. 3. 4차원 변화의 원리?

상대론적 (고전)역학

변화의 원리 $(d/dt_o)p_\mu = F_\mu$ $(\mu = 1,2,3,4)$

$\gamma(d/dt)(mv, imc) = F_\mu$

$F_\mu = \gamma F_i$ $(\mu, i = 1,2,3)$

전자기력의 경우: $F_\mu = q\, \mathbf{F}_{\mu\nu} v_\nu$

$(d/dt)(mv_i) = F_i$ $(i=1,2,3)$

$m = m_o\gamma = m_o/\sqrt{(1 - v^2/c^2)}$

3 차원 운동방정식은 질량만이
상대론적 질량으로 바뀐 것으로 해석

[슬라이드 25] 상대론적 (고전)역학

$$\frac{d}{dt_0}p_\mu = F_\mu \quad (\mu = 1,2,3,4)$$

$$\gamma\frac{d}{dt}(m\vec{v}, imc) = F_\mu \quad (t = \frac{t_0}{\gamma}, \quad \gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}})$$

[수식 7]

- (슬라이드 25, 수식 7에서) 그래서 고전역학과 어떻게 달라지는지 보자. 뉴턴의 운동방정식 형식으로 쓰면 운동량 p_μ의 시간에 대한 변화 $\frac{d}{dt_0}p_\mu$가 힘 F_μ이다.
- 즉 $\frac{d}{dt_0}p_\mu = F_\mu \quad (\mu = 1,2,3,4)$이다. 이 형식을 그냥 쓰는 거다. 실제로는 여기 p_μ에 운동량의 값을 집어넣고 t_0를 t로 바꾸면 앞에 γ가 나와서 $\gamma\frac{d}{dt}(m\vec{v}, imc) = F_\mu$ 이렇게 된다.
- 그런데 여기서 F_μ이 뭐냐? 즉 4차원 힘이 뭐냐? 이것은 전기자기력에 대해서 4차원 형식으로 힘을 풀이해보면 우리가 과거에 알고 있던 것 F_i에다가 γ만큼 곱해야 4차원 형식의 힘이 된다는 것을 알 수 있다. 이것이 이 단계에서 금방 나오는 것은 아니지만 나중에 보면 그렇게 나온다.

1. 4. 상대론적 질량?

- (슬라이드 25, 수식 8) 그래서 바로 전자기력의 경우에는 $F_\mu = q\mathbf{F}_{\mu\nu}v_\nu$가 된다. i가 1, 2, 3인 앞의 세 성분은 기존의 힘을 그냥 집어넣고, 운동량에서 질량만 상대론적 질량으로 바꾸면 똑같은 게 나온다.

4차원 중 앞 쪽 세 성분 : 질량만 상대론적 질량으로 바뀌고 나머지 기존과 동일

$$\gamma\frac{d}{dt}m\vec{v} = \gamma\frac{d}{dt}\vec{p} = \gamma\vec{F} \qquad \therefore \frac{d}{dt}\vec{p} = \vec{F}$$

$$\frac{d}{dt}(mv_i) = F_i \quad (i = 1,2,3) \quad (m \equiv m_0\gamma = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}})$$

[수식 8]

<최> m_0는 우리가 알고 있던 기존의 질량이고, 여기에서는 γ가 곱해진 m으로 바뀐다, 그것은 관측계에 대해서 운동하는 대상계의 속도가 질량에 반영된다는 뜻인가?

- 바로 그거다. 그래서 i가 1, 2, 3일 때에 대해서는 질량 부분만 달라진 것이다. (슬라이드 25에서 빨강색 수식) $m = m_0\gamma = m_0\frac{1}{\sqrt{(1-\frac{v^2}{c^2}}}$에서 만약에 속도가 광속에 가까우면, 분모에 들어가 있는 1-$\frac{v^2}{c^2}$ 값이 0에 가까워져서 m값이 무한대에 가까워진다. 그래서 광속에 접근하는 것은 질량이 무한대로 커진다고 보면 된다.
- 그러니까 전자같은 것을 광속의 99.9999....% 속도로 높일 수가 있는데, 계속 힘을 더 주면 광속을 넘어갈 것 않느냐 물을 수 있다. 안 되는 것이, 그렇게 되면 질량이 무한대가 돼버린다. 그러니까 질량이 무한대가 되면 가속이 안 된다. 아무리 힘을 줘도 광속을 넘어가지 않고, 대신 무한히 무거운 입자가 된다. 그런 것이 이 식에 담겨 있다(슬라이드 25에서 빨강색 수식).

1. 5. E=mc² 가 의미하는 것?

- (슬라이드 26, 수식 9) 그 다음에 볼 것은 네 번째 성분이다. 이것은 지금까지 없던 것이다. 힘의 네 번째 성분 $F_4 = \gamma\frac{d}{dt}(imc)$에서, imc는 운동량의 네 번째 성분이다.
- 운동량의 네 번째 성분인 imc를 시간에 대해 미분한 것이 힘의 네 번째 성분이다. 뉴턴의 운동방정식에서 운동량을 시간으로 미분한 것이 힘이라고 했는데(책 p.112-113), 이 식은 네 번째 성분에 대해서만 쓴 것이다.

4차원 중 넷째 성분 :

$$F_4 = \gamma\frac{d}{dt}(imc)$$

이와 비교하기 위해서 다른 식에서 F의 넷째 성분을 정리하고자

$F_\mu = m_0\frac{d}{dt_0}v_\mu \quad (p_\mu = m_0 v_\mu)$ 양변에 v_μ를 곱하고 μ에 대해 합한다.

[수식 9]

4째 성분: $F_4 = \gamma(d/dt)(imc)$

$F_\mu = m_o(d/dt_o)v_\mu$ 양변에 v_μ 를 곱하고 μ에 대해 합함

$\sum_\mu v_\mu F_\mu = \sum_\mu m_o v_\mu (d/dt_o) v_\mu = (1/2) m_o (d/dt_o)(\sum_\mu v_\mu v_\mu) = 0$

$[\because \sum_\mu v_\mu v_\mu = \gamma^2(v^2 - c^2) = (v^2 - c^2)/(1 - v^2/c^2) = -c^2]$

좌변: $\sum_\mu v_\mu F_\mu = \gamma^2(v \cdot F) + \gamma i c F_4$ 우변: 0

$F_4 = i\gamma(v \cdot F)/c$

: 4차원 힘 F가 만족해야 할 일반적 조건

즉 $\gamma(d/dt)(imc) = i\gamma(v \cdot F)/c$ 의 관계 성립

$(d/dt)(mc^2) = (v \cdot F)$ $E = mc^2$

[슬라이드 26] 네 번째 성분

- (슬라이드 26, 수식 9) 그런데 이 네 번째 성분이 재미있다. $F_\mu = m_0 \frac{d}{dt_0} v_\mu$는 네 개의 성분을 다 집어넣은 운동방정식인데, (수식 10) F_μ에 ν_μ를 하나 곱하고 모든 μ(μ=1~4)에 대해서 다 합쳐버리면, 결과적으로 0이 돼버린다.

$$\sum_\mu v_\mu F_\mu = \sum_\mu m_o v_\mu \frac{d}{dt_0} v_\mu = \frac{1}{2} m_0 \frac{d}{dt_0} \sum_\mu v_\mu{}^2 = 0 \quad \left(\sum_\mu v_\mu{}^2 = \gamma^2(v^2 - c^2) = \frac{(v^2 - c^2)}{\frac{-(v^2 - c^2)}{c^2}} = -c^2 \right)$$

왼쪽 변을 풀면 오른쪽과 같다 $\sum_\mu v_\mu F_\mu = \gamma^2(\vec{v} \cdot \vec{F}) + \gamma i c F_4$

[수식 10]

- (슬라이드 26, 수식 10) 왜냐하면 $\frac{d}{dt_0}\sum_{\mu} v_{\mu}{}^2$이 상수가 되기 때문이다(수식 11에서 첫 줄 괄호 안의 계산을 참조). 즉, 다 계산을 하면 $\sum_{\mu} v_{\mu}{}^2$이 $-c^2$이 된다. 그래서 상수인 $-c^2$을 시간으로 미분하면 $\frac{d}{dt_0}(-c^2)$은 0이 되고, 결국 $\sum_{\mu} v_{\mu}F_{\mu}$는 0이 되는 것이다.
- (슬라이드 26, 수식 11) 그래서 이제 좌변 $\sum_{\mu} v_{\mu}F_{\mu}$도 보면, 앞의 세 성분은 한꺼번에 $\gamma^2(\vec{v}\cdot\vec{F})$로 표시하고, 네 번째 성분 γicF_4을 떼내 분리해서 두 개의 항이 된다.
- (슬라이드 26, 수식 11, 12) 그리고 네 번째 성분 γicF_4을 보면 F_4가 있다. 앞에서 $\sum_{\mu} v_{\mu}F_{\mu}$=0 이라고 했으니까 $\gamma^2(\vec{v}\cdot\vec{F})+\gamma icF_4$=0 이 되고, F_4에 대해서 풀면 F_4=$\frac{i\gamma(\vec{v}\cdot\vec{F})}{c}$이 된다.

$$\sum_{\mu} v_{\mu}F_{\mu} = \sum_{\mu} m_o v_{\mu}\frac{d}{dt_0}v_{\mu} = \frac{1}{2}m_0\frac{d}{dt_0}\sum_{\mu} v_{\mu}{}^2 = 0 \quad \left(\sum_{\mu} v_{\mu}{}^2 = \gamma^2(v^2-c^2) = \frac{(v^2-c^2)}{\frac{-(v^2-c^2)}{c^2}} = -c^2\right)$$

왼쪽 변을 풀면 오른쪽과 같다 $\sum_{\mu} v_{\mu}F_{\mu} = \gamma^2(\vec{v}\cdot\vec{F})+\gamma icF_4$

[수식 11]

$$\gamma^2(\vec{v}\cdot\vec{F})+\gamma icF_4 = 0 \quad F_4 = -\frac{\gamma^2(\vec{v}\cdot\vec{F})}{\gamma ic} = \frac{i\gamma(\vec{v}\cdot\vec{F})}{c}$$

$$\gamma\frac{d}{dt}(imc) = \frac{i\gamma(\vec{v}\cdot\vec{F})}{c} \quad \frac{d}{dt}(mc^2) = \vec{v}\cdot\vec{F} = \frac{d}{dt}E \quad E = mc^2$$

[수식 12]

- (슬라이드 26, 수식 12) 또 앞에서 힘의 네 번째 성분 $F_4 = \gamma \frac{d}{dt}(imc)$이라고 했으니까(수식 9), $\gamma \frac{d}{dt}(imc)=\frac{i\gamma(\vec{v} \cdot \vec{F})}{c}$ 이렇게 둘이 같다고 놓을 수 있다. 좌변은 imc를 시간으로 미분한 것, 즉 단위시간에 imc가 얼마나 변했나이고, 우변은 힘에 속도를 곱한 것, 즉 단위 시간에 얼마나 일을 했나인데, 이 둘이 직접 관계가 된다는 의미이다.
- (슬라이드 26, 수식 12) $\frac{d}{dt}(mc^2) = \vec{v} \cdot \vec{F} = \frac{d}{dt}E$의 의미를 보자. 좌변에서 mc^2이 단위시간 동안 변한 것이 바로 그 단위시간 동안 해온 일이 된다. 에너지의 변화가 바로 단위시간 동안 한 일이 되는 것이다. 그래서 mc^2이 바로 에너지다, 즉 $E = mc^2$이 된다. 여기서 우리가 $E = mc^2$ 이렇게 놓은 이유가, $\vec{v} \cdot \vec{F}$가 에너지라는 데서 확인이 된 것이다.
- 그래서 아주 재미난 것은, 상대성이론이 나옴으로써 운동량에 대한 이해가 깊어졌다는 사실이다. 운동량은 기존에 세 성분 밖에 없었고 에너지는 따로 다녔다. 시간과 위치가 달랐듯이 에너지와 운동량은 별개인 것으로 봤는데, 이번에 보니까 에너지가 운동량의 네 번째 성분으로 들어온 것이다.
- 그리고 에너지의 정체를 확인하게 된 것이다. 에너지란 운동량의 네 번째 성분이다!는 것이다. 그래서 그것이 바로 $E = mc^2$ 이런 표현으로 나온 거다. 많이 쓰이는 표현이기는 한데 이 의미를 제대로 아는 사람이 적다.
- 다시 말하면 운동량의 네 번째 성분을 에너지로 놓으면 그 에너지의 값이 우리가 기존에 알고 있던 힘이 일을 해주는 것에 해당하는 그런 의미의 에너지라는 것을 알 수 있다. 뉴턴 방정식으로 네 번째 항과 관련된 식을 도출할 수 있다.

<최> 힘에 속도를 곱한 것이 왜 일을 해준 것이 되나?

- 일이라고 하는 것은 힘을 줘서 얼마만한 거리를 움직이느냐,하는 것이다. 힘을 줘서 거리를 움직이게 하는 것을 일이라고 한다. 그런데 속도는 단위시간에 간 거리니까, 결국 힘에 속도를 곱하면 단위시간에 얼마만한 에너지가 들어갔느냐하는 의미이고, 이것을 파워(power)라고 한다. 에너지를 시간으로 나눈 것, 즉 단위시간 동안의 에너지 변화가 파워다.

- 그래서 결국 mc^2이 에너지다하는 결론이 나오고, 그렇게 놓은 에너지가 바로 운동량의 네 번째 항이 된다는 것이다. 이런 사실을 상대성이론을 통해서 확인한 것이다.

1. 6. 바탕 관념을 혁신하고 그에 따라 바탕 구도 요소들을 재정비하니 모르던 것을 알게 되었다?

<최> 바탕 관념을 혁신하고 바탕 관념에 따라서 바탕 구도의 기존 개념들을 재정비하고 나니, 기존에 몰랐거나 불명확했던 사실들이 도출되었다는 의미로 이해했다. 그런데 이렇게 정리만 해도 나온다는 것인가?

- 그렇다. 그게 참 재밌는 사실이다. 바탕 관념만 가지고, 기왕에 알고 있던 것을 일관되게 맞춰보니까 조금씩 달라지고, 그게 더 정확한 걸로 나온 거다.

<최> 그게, 한 사람이 자기 이론을 공부를 해가면서 내가 옛날에는 잘 몰랐구나 하면서 다시 쓰는 거라면 이해를 하겠다. 그런데 전혀 관계가 없던 사람들이 만들어놓은 물리학이라는 지식을 이렇게 저렇게 해보니, 그 결과 예전에 만들었던 사람이 의도하지 않았던 것이지만 원래 이것이었구나,하면서 자리들을 찾아갈 수 있다는 것은 정말 이상하다.

- 이상한 게 아니라, 그게 정말 재밌는 것이다.

1. 7. E=mc²는 정의인가, 결과인가?

<황> 앞에서 $E = mc^2$이라고 놓은 것은 아인슈타인이 그렇게 가정을 하고 둔 것인가? 왜 그렇게 두었나?

- 그것은 아인슈타인이 뒀든 안 뒀든 상관없다. 이미 이론 속에서 나오는 것이기 때문에.

<황> 앞에서는 “$E = mc^2$이라고 두자"라고 하셔서...

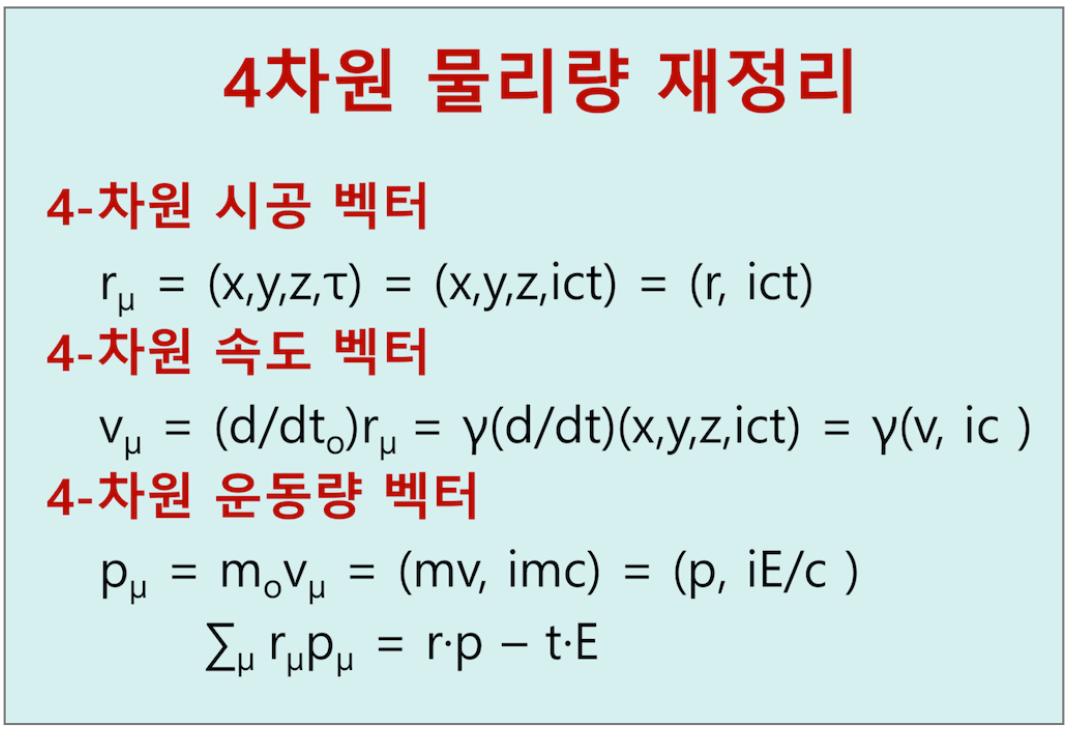
- (두든 안 두든) 논리적으로 마찬가지다. 그렇게 두면 그 E가 $\frac{d}{dt}(mc^2)=\vec{v}\cdot\vec{F}$ 이런 성질을 만족하게 된다는 것이다. 네 번째 항인 imc를 $\frac{iE}{c}$으로 미리 썼을 뿐이지, 같은 얘기다.

<황> 당연한 얘기지만 줄(joule, 에너지 단위)과 mc^2의 단위가 딱 맞는 걸 보고 놀랐다. 1줄이 1N(뉴턴)의 힘으로 1m를 움직이는 에너지인데, 단위로 보면 $kg\cdot m^2/sec^2$이 돼서, mc^2이랑 단위가 딱 맞다.

- 그렇지, 당연하다. 그렇지 않으면 말이 안 된다. 원래 그런 것이다. 그렇지만 단위가 같다고 꼭 같은 것이라고 할 수는 없다. 단위는 그런 말이 나오든 안 나오든 당연히 맞는 것인데, 단위만이 문제가 아니다. 여기서는 내가 앞에서 E를 미리 써서 혼동을 준 것 같다.
- 앞에 E를 쓰지 않고 나중에 마지막에 비로소 $E = mc^2$를 확인해도 된다. 그렇게 되면 아, 이렇게 $E = mc^2$이니까 운동량의 네 번째 성분 imc를 $\frac{iE}{c}$로 바꿀 수 있겠구나, 이렇게 알 수 있다. 그렇게 해도 된다. 순서에 차이가 있을 뿐이지 논리적으로 아무 관계가 없다.
- 그래서 앞에서는 정의를 그렇게 하자고 한 것이고, 그렇게 해놓고 보니까 $E = mc^2$ 이렇게 나왔고, 그러고 보니까 그 정의가 바로 에너지라는 것으로 확인이 된다, 이렇게 봐도 된다.

1. 8. 아인슈타인은 4차원인지 모르고도 4차원의 네 번째 성분들을 알아냈나?

<최> (슬라이드 26, 수식 5) 지금까지 위치, 속도, 운동량이라는 기존 개념들을 4차원에 맞춰서 재정비했다. 그런데 아인슈타인은 상대성이론이 시공간에 대한 이론이라는 것은 당연히 알았지만 4차원 이론이라고는 생각하지 않았다고 선생님께서 말씀하셨다. 그런데 아인슈타인이 1905년 논문에도 $E = mc^2$이 다 나왔는데, 4차원 이론이 아니면서 왜 네 번째 성분을 찾아서 그걸 정비했는지 잘 이해가 안 된다.



[슬라이드 24] 4차원 물리량 재정리

4-차원 시공 벡터	$r_\mu = (x, y, z, \tau) = (x, y, z, ict) \equiv (\vec{r}, ict)$
4-차원 속도 벡터	$v_\mu = \frac{d}{dt_0} r_\mu = \gamma \frac{d}{dt}(x, y, z, ict) \equiv \gamma(\vec{v}, ic)$
4-차원 운동량 벡터	$p_\mu = m_0 v_\mu = (m\vec{v}, imc) = (\vec{p}, \frac{iE}{c})$

[수식 5]

- 그 내용 속에 다 들어 있다. 4차원이라는 말을 안 해도, 이 내용 속에 다 들어있는 것이다. 여기에 네 개의 성분이라는 이름을 붙였을 뿐이지 따로따로 네 개를 다 썼다.

<최> 운동량의 다른 성분이 또 있어야 한다면, 4차원에서는 그게 꼭 있어야 하는 게 분명하다. 그런데 4차원이 아닌데 왜 또 성분이 있어야 하는 것인지, 이건 어떻게 되는 건지 잘 이해가 안 간다?

- 그것은 내가 지금 정확하게 모르겠는데. 아인슈타인이 $p_\mu = m_0 v_\mu = (m\vec{v}, imc) = (\vec{p}, \frac{iE}{c})$ 이렇게 출발했는지 어떤지 모르겠다(슬라이드 24, 수식 5). 아인슈타인은 앞의 세 성분 $m\vec{v}$과 imc는 뭔가 다르다고 여전히 생각하고 또 하나 만들었다고 본다.
- 지금 제일 중요한 것은 시간이 4차원에서 공간의 한 성분이라는 것이다. 아인슈타인이 이것을 명시적으로 얘기한 것은 아니지만, 시간과 공간이 서로 섞여서 서로 관계를 맺는다, 그래서 시간과 공간이 이런 관계를 맺었다, 이런 식으로 생각을 했다.
- 그래서 시간과 공간이 서로 막 섞인다, 분리할 수 없다는 것까지는 아인슈타인이 한 것이고, 아인슈타인이 새로 생각해낸 상대성이론이다. 그러나 서로 섞인다는 것까지는 했지만, 4차원으로 된다는 말은 아인슈타인이 나중에 받아들인 것이다. 사실은 상당히 좀 주저하면서 받아들였다.

<최> 이런 정의들(슬라이드 24)은 아인슈타인 자신의 당시 작업으로부터는 많이 바뀌어서 재서술 된 것인가?

- 그렇다. 시간이 많이 지나면서 다시 정리된 것이다.

<최> 그러면 지금 우리의 4차원 시공간 개념은 아인슈타인으로부터 창조되었지만 많은 과정을 거치면서 재서술되어서, 지금은 아인슈타인으로부터 상당히 많이 떠나왔다고 볼 수 있을까?

- 그런데 해석 문제, 출발 관념은 좀 다르지만 수식관계는 거의 다 같은 결과로 나온다.

대담 4-5의 전반부 “상태, 변화의 원리, 특성의 재서술” 끝.

녹취: 황승미 (녹색아카데미)

알림

* 대담 4-5의 후반부 “2. 일반상대성이론”은 한 주 후에 업로드될 예정입니다.
* 본문의 슬라이드 자료는 녹색아카데미 웹사이트를 참고해주세요.
* 댓글이나 의견은 녹색아카데미 페이스북 그룹, 트위터, 인스타그램 등을 이용해주시면 감사하겠습니다. 녹색아카데미 웹사이트의 자연철학 세미나 게시판과 공부모임 게시판에서도 의견이나 질문을 남길 수 있습니다.